به نام خدا

المپیاد فیزیک رزونانس
آبان ۱۴۰۵
سهراب ملکی

مسئله‌ی نقش‌های اپتیکی

توجه: جهت دسترسی به صورت سوال و مطالب دیگر می‌توانید به کانال تلگرامی گروه رزونانس به آدرس @Resonance_edu مراجعه کنید و یا اینجا کلیک کنید. همچنین درصورت هرگونه ایراد، می‌توانید از همین راه ارتباطی به ما اطلاع دهید تا آن را اصلاح نماییم.



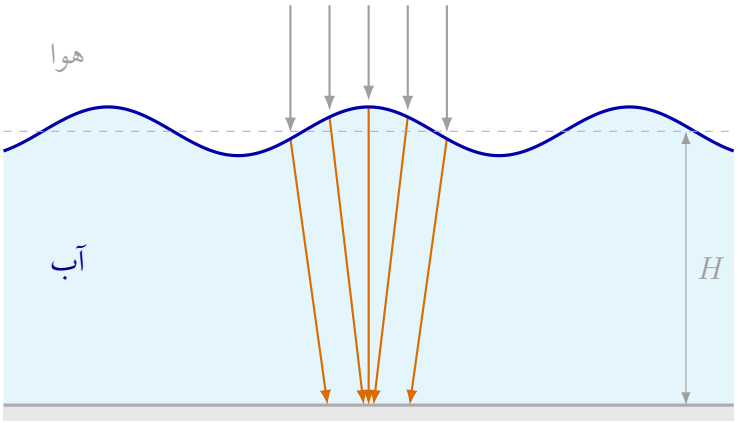
شکل ۱: نقش‌های اپتیکی

صورت سوال

احتمالاً دیده‌اید که در کف استخرها یا رودخانه‌های کم‌عمق، نقش‌های روشن و تاریکی تشکیل می‌شوند که با حرکت سطح آب تغییر می‌کنند. می‌خواهیم یک مدل ساده برای این پدیده بررسی کنیم.
استخری با عمق H در نظر بگیرید که سطح آب آن به‌صورت یک موج سینوسی با دامنهٔ کوچک نوسان می‌کند:

$$y(x) = a\cos(kx), \qquad ak \ll ۱.$$

محور y رو به بالا و سطح متوسط آب در $y = ۰$ است. کف استخر در $y = -H$ قرار دارد.
نور خورشید را مجموعه‌ای از پرتوهای موازی و عمودی با شدت یکنواخت $I_۰$ فرض کنید. منظور از $I_۰$ این است که انرژی عبوری در واحد زمان از ناحیهٔ بین x و $x + dx$ روی سطح، برابر $I_۰\,dx$ است. ضریب شکست آب n و ضریب شکست هوا برابر یک است. از بازتاب نور صرف‌نظر کنید.



کف استخر

الف) پرتویی که در مختصات x به سطح آب برخورد می‌کند، پس از شکست چه زاویه‌ای با راستای قائم می‌سازد؟ از تقریب زاویه‌های کوچک استفاده کنید.

ب) اگر این پرتو پس از ورود به آب به کف استخر برسد، مختصات X محل برخورد آن با کف را برحسب x پیدا کنید. از جمله‌های مرتبهٔ دوم و بالاتر نسبت به دامنهٔ موج صرف‌نظر کنید.

ج) دو پرتو بسیار نزدیک به یکدیگر در نظر بگیرید که روی سطح، به نقاط x و $x + dx$ برخورد می‌کنند. اگر محل برخورد آن‌ها با کف به‌ترتیب X و $X + dX$ باشد، رابطهٔ بین dX و dx را پیدا کنید.

د) با استفاده از پایستگی انرژی نشان دهید شدت نور روی کف، یعنی $I(X)$، از رابطهٔ

$$I(X)\,dX = I_{\circ}\,dx$$

به‌دست می‌آید. سپس $I(X)$ را برحسب x یا به‌صورت ضمنی روی کف پیدا کنید.

هـ) آیا نقاطی روی کف وجود دارند که در این مدل به‌طور غیرعادی پرنور شوند؟ شرط وجود چنین نقاطی را پیدا کنید.

و) در مدل شما ممکن است شدت نور در بعضی نقاط بسیار بزرگ یا حتی ظاهراً بی‌نهایت شود. توضیح دهید چرا در واقعیت شدت نور واقعاً بی‌نهایت نمی‌شود.

ز) برای آب با ضریب شکست

$$n = \frac{۴}{۳},$$

موجی با طول موج

$$\lambda = ۴۰\,\mathrm{cm}$$

و دامنهٔ

$$a = ۱\,\mathrm{cm}$$

در نظر بگیرید. بررسی کنید آیا در استخری به عمق

$$H = ۲\,\mathrm{m}$$

نقاط پرنورِ تشکیل می‌شوند یا نه.