

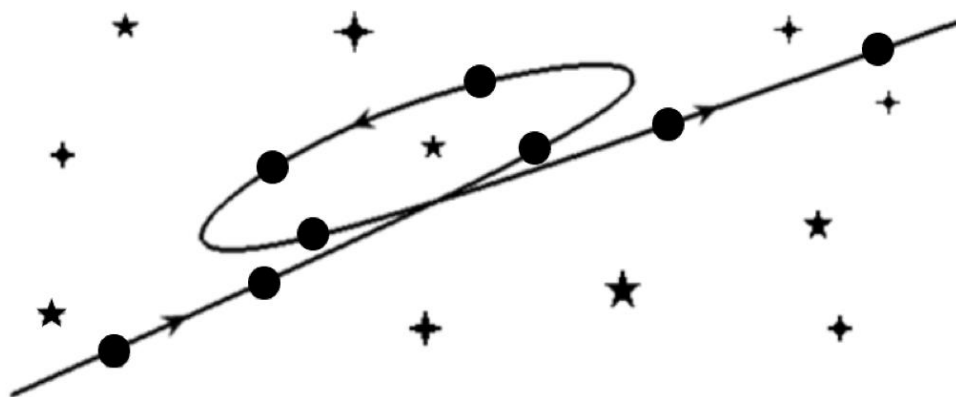
پیش از شروع آزمون به نکات زیر دقت کنید:

- ❖ این آزمون از دو مسئله با امتیاز برابر تشکیل شده است.
- ❖ زمان کل آزمون 5 ساعت می باشد.
- ❖ برنامه کامپیوتری هر مسئله در دسکتاپ شما قرار دارد.
- ❖ استفاده از دیگر نرم افزارهای کامپیوتری ممنوع است.
- ❖ در صورت نیاز به کاغذ نمودار به مراقبین جلسه اطلاع دهید.
- ❖ استفاده از ماشین حساب 82MS و مشابه آن مجاز است.
- ❖ در صورت امکان، خطاها را محاسبه کنید.
- ❖ دقت محاسبه نهایی خواسته های مسئله در نمره دهی تاثیر دارد.

حرکت بازگشتی مریخ

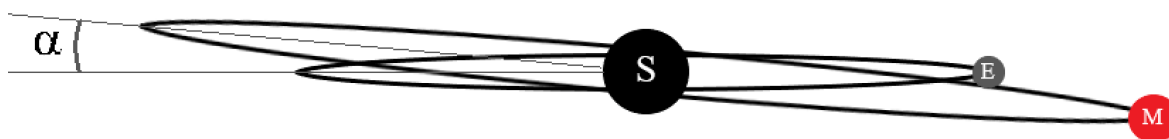
مقدمه

بطلمیوس یکی از دانشمندان یونان باستان بود که الگویی برای کیهان شناخته شده روزگار خود ارائه کرد که در آن، زمین در مرکز گیتی قرار دارد و سایر اجرام آسمانی به دور آن می‌چرخند. بطلمیوس تمامی اظهارات خود را بر اساس مشاهده و تحلیل حرکت این اجرام بیان کرده است، وی برای توضیح حرکت تعداد انگشت شماری از اجرام آسمانی که مانند دیگر اجرام حرکت نمی‌کردند مجبور می‌شود در مدل قبلی که ارائه کرده تغییراتی ایجاد کند. اصلی‌ترین علت مشاهده حرکت بازگشتی برخی اجرام بوده است که امروزه با نام سیاره می‌شناسیم. به طور مثال در شکل 1 موقعیت مریخ (دایره تو پر) در تاریخ‌های مختلف نسبت به ستاره‌های دوردست (که در شکل ثابت در نظر گرفته شده‌اند) نشان داده شده است. امروزه می‌دانیم که سیارات منظومه شمسی به دور خورشید در مدارهایی حرکت می‌کنند و ما از این فرض استفاده می‌کنیم.



شکل 1: موقعیت مریخ در تاریخ‌های مختلف

علت مشاهده این حرکت، اختلاف میان سرعت زاویه‌ای و شعاع مداری زمین و مریخ به دور خورشید و همچنین زاویه‌ای (α) است که مانند شکل 2، صفحه دو مدار با یکدیگر دارند. ما برای تحلیل و راحتی حل مسئله در ادامه مدارهای حرکت مریخ و زمین به دور خورشید را دایره‌ای با مرکز خورشید فرض کرده و از زاویه میان صفحه دو مدار صرف نظر می‌کنیم ($\alpha=0$). بنابراین حرکت مریخ در آسمان روی یک خط (در مختصات کروی) دیده می‌شود.



شکل 2: نحوه قرارگیری نمادین مریخ و زمین نسبت به خورشید

نرم‌افزاری که به شما داده شده (MARS) مشخصات کلی مربوط به این پدیده مانند زمان آزمایش (time)، زاویه موقعیت مریخ نسبت به یک ستاره خاص (Angle) و قطر ظاهری مریخ (Angular diameter of Mars) را با تغییر Trackbar (نشانگر آبی رنگ پایین نرم‌افزار) نشان می‌دهد.

ثوابت مورد نیاز مساله:

پارامتر	مقدار
جرم خورشید	$1.989 \times 10^{30} \text{ Kg}$
ثابت گرانش	$6.674 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$
سرعت نور	$2.99792458 \times 10^8 \frac{m}{s}$
سال نوری	$9.461 \times 10^{15} \text{ m}$

مقادیر فوق را بدون خطا در نظر بگیرید.

خواسته‌های مسئله

با توجه به ثوابت داده شده به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) سرعت زاویه‌ای گردش زمین (ω_E) به دور خورشید را بدست آورید.

ب) شعاع گردش زمین به دور خورشید (R_E) را محاسبه کنید.

ج) سرعت زاویه‌ای گردش مریخ (ω_M) به دور خورشید را بدست آورید.

د) شعاع گردش مریخ به دور خورشید (R_M) را محاسبه کنید.

ه) قطر کره مریخ (r_m) را محاسبه کنید.

توضیحات کلی نرم افزار

- با زدن کلید Animate در کادر پایین نرم افزار (Mars position Degree) نحوه حرکت مریخ مشاهده می شود. با هر بار زدن این کلید حرکت مریخ از ابتدا شروع خواهد شد.
- در قسمت time زمان بر حسب روز و در قسمت Angle و Angular diameter of Mars مقادیر بر حسب درجه ذکر می شوند.

سیاره ناشناخته

فرض کنید در یک سیاره دیگر هستیم و می‌توانیم توسط یک پرتاب کننده گلوله‌هایی توپر با شعاع و چگالی‌های متفاوت را در زوایا و سرعت قابل کنترل پرتاب کنیم. مشخصات گفته شده را در محدوده‌ی خاصی می‌توانیم تغییر دهیم. برنامه کامپیوتری (Shooting) مکان برخورد و زمانی که صدای برخورد گلوله به ما می‌رسد را می‌دهد. (زمان شلیک گلوله مبدا زمان است و برنامه، زمان رسیدن صدای برخورد گلوله به مکان اولیه‌ی پرتاب را می‌دهد).

در این مسئله، نیروهای اصطکاک وارد بر گلوله به صورت زیر لحاظ شده است:

$$\vec{f}_f = -6\pi r\eta\vec{V} - \frac{C_d}{2}\rho_A A|\vec{V}|\vec{V}$$

که در آن r شعاع گلوله، $A = \pi r^2$ ، ρ_A چگالی هوا، η ضریب گرانروی بین هوا و گلوله، $\vec{V}$ سرعت و $C_d = 0.47$ ضریب ثابتی است که مخصوص گلوله‌های کروی می‌باشد.

نیروهای دیگری که اثر می‌کنند به صورت زیر می‌باشند:

$$\vec{F} = -(m - m_A)g\hat{z} - 2m\vec{\omega} \times \vec{V}$$

که m جرم گلوله، $m_A g$ نیروی شناوری و $\vec{\omega}$ سرعت زاویه‌ای سیاره حول محور خودش است.

در این مسئله ρ_A ، g و T (دمای هوا که از گاز 2 اتمی تشکیل شده است) را می‌توان ثابت فرض کرد. همچنین در محدوده پرتابه می‌توان سیاره را صاف در نظر گرفت و از کروی بودن آن صرف نظر نمود.

راستا و جهت بردار سرعت زاویه‌ای سیاره، روی محور گذرنده از قطب‌ها و به سمت شمال می‌باشد. ما در محلی نامشخص از سیاره قرار داریم و مبدا مختصات را در آنجا تعریف می‌کنیم. جهت محور x را روی سطح افقی سیاره به صورت نامشخص در نظر گرفته و تا پایان مسئله آن را تغییر نمی‌دهیم.

خواسته‌ها

هدف سوال، یافتن مقادیر پارامترهای g ، η ، ρ_A ، سرعت صوت (c) ، T و فقط جهت $\vec{\omega}$ است. به دست آوردن مقدار $\vec{\omega}$ امتیازی است.

توضیحات نرم افزار

- شما می توانید در برنامه چگالی گلوله (Density)، شعاع گلوله (radius)، زاویه پرتابه نسبت به محور عمودی زمین (Polar angle)، زاویه پرتاب نسبت به محور x (side angle) و سرعت اولیه پرتابه (Velocity) را به عنوان ورودی تنظیم کنید.
- موقعیت برخورد (x,y) و زمان رسیدن صدا (Sound arrival time) پس از فشار دادن دکمه (Shoot) نشان داده می شود.