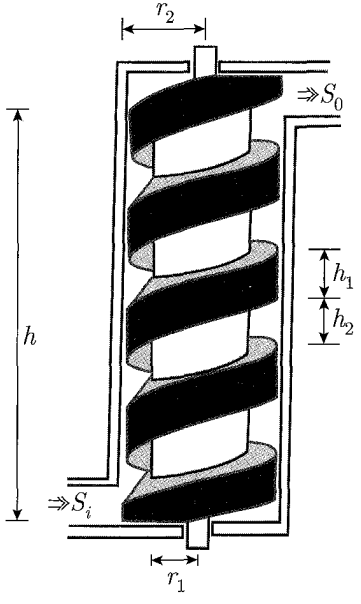
۱ اتومبیلی در یک جاده‌ی افقی بدون پیچ با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. هوا ساکن است و باران می‌بارد. قطره‌های باران با سرعت ثابت u سقوط می‌کنند.

الف) بردار سرعت قطره‌های باران نسبت به اتومبیل را به‌دست آورید. (اندازه‌ی بردار و زاویه آن نسبت به سطح افقی را حساب کنید.)

ب) فرض کنید زاویه‌ی شیشه‌ی جلوی اتومبیل با راستای قائم α باشد. چه شرطی بین α، u و v برقرار باشد تا بارانی که به شیشه‌ی جلوی اتومبیل می‌خورد، روی شیشه شروع به بالا رفتن کند؟

«۶ نمره»

۲ وسیله‌ای که در شکل نشان داده شده، نوعی تلمبه‌ی آب است که به آن پیچ ارشمیدس می‌گویند. این تلمبه از یک قسمت میانی پیچ مانند و یک پوسته تشکیل شده است. ابعاد تلمبه روی شکل مشخص شده و محور آن قائم است. فرض کنید وقتی تلمبه را می‌چرخانیم، آب همراه پیچ حرکت کند.



الف) هنگامی که قسمت میانی یک دور بگردد، حجم آبی که از تلمبه بیرون می‌آید، چقدر است؟

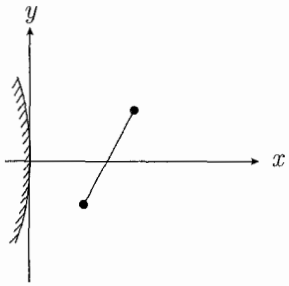
ب) اگر قسمت میانی N دور بر ثانیه بگردد، سرعت آب خروجی از تلمبه چقدر است؟

ج) چه توانی لازم است تا تلمبه را N دور بر ثانیه بگرداند؟ چگالی آب را ρ و شتاب گرانش را g بگیرید.

د) اکنون با فرض مقدارهای $h = 180\text{cm}$، $h_1 = 20\text{cm}$، $h_2 = 25\text{cm}$، $r_1 = 16\text{cm}$، $r_2 = 20\text{cm}$، $S_0 = 100\text{cm}^2$، دور بر ثانیه $N = 0.3$ و $\rho = 1000\text{kg/m}^3$. مقدار عددی کمیت‌های محاسبه شده در الف، ب و ج را به‌دست آورید.

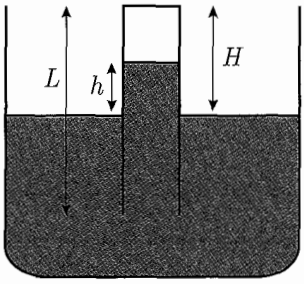
«۱۰ نمره»

۳ مطابق شکل، میله نازکی که قسمتی از خط $y = mx + b$ است را جلوی یک آینه‌ی کروی گوژ با فاصله کانونی f می‌گذاریم. فرض کنید همه‌ی نقاط این میله به اندازه‌ی کافی به محور اصلی آینه نزدیک‌اند. معادله تصویر میله در آینه را به‌دست آورید.



«۸ نمره»

۴ وقتی یک لوله نازک را به طور عمودی در یک ظرف آب فرو می‌بریم، آب در لوله کمی بالا می‌آید. علت بالا آمدن، ترکیب نیروهای چسبندگی وکشش سطحی است. عملاً می‌توان فرض کرد از طرف لوله نیرویی به سطح آزاد آب وارد می‌شود. این نیرو مماس بر لوله، عمود بر مرز جدا کننده‌ی آب و هوا در لوله، و متناسب با طول مرز جداکننده است. ضریب تناسب را با γ نشان می‌دهیم.



مطابق شکل، یک لوله‌ی ته بسته‌ی نازک به مقطع یکنواخت به طول L را به طور عمودی وارد آب می‌کنیم. فرض کنید مساحت مقطع مخزن خیلی بیشتر از مساحت مقطع لوله است. بالای سطح آب درون لوله هوا است. طول بخشی از لوله که بیرون آب است، H است. سطح آب درون لوله به اندازه‌ی h بالاتر از سطح آب مخزن می‌ایستد. h را به‌دست آورید. اگر بیش از یک جواب برای h به‌دست می‌آید، با استدلال بنویسید کدام جواب قابل قبول است. چگالی آب ρ، شتاب گرانش g، فشار هوای بیرون P_0 و قطر درونی لوله D است. از خمیدگی سطح آب درون لوله چشم بپوشید.

«۱۰ نمره»

۵

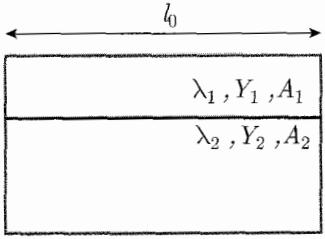
الف) دو فنر یکسان با ثابت فنر k را به طور متوالی به هم می‌بندیم. ثابت فنر حاصل چقدر است؟

ب) دو فنر یکسان با ثابت فنر k را موازی با هم می‌بندیم. ثابت فنر حاصل چقدر است؟

ج) هر میله را می‌توان شبیه فنری در نظر گرفت که طول آن تحت کشش و فشار عوض می‌شود. فرض کنید ثابت فنر میله‌ای از یک جنس معین، به طول واحد و مساحت مقطع واحد Y باشد. به Y مدول‌یانگ می‌گویند.

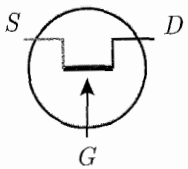
ثابت فنر میله‌ای از همین جنس به طول l و مساحت A چقدر است؟

د) دو میله از دو جنس مختلف در نظر بگیرید. در دمای T_0، طول هر میله l_0 است. مطابق شکل، این دو میله را به هم جوش داده‌اند. ضریب انبساط طولی میله‌ها λ_1 و λ_2، مساحت مقطع میله‌ها A_1 و A_2 و مدول یانگ میله‌ها Y_1 و Y_2 است. میله‌ها را گرم می‌کنیم. چون ضریب انبساط میله‌ها با هم فرق می‌کند، افزایش طول ناشی از گرم شدن میله‌ها یکسان نیست. اما میله‌ها به هم جوش خورده‌اند، و اگر مساحت مقطع‌شان به حد کافی زیاد باشد، تقریباً خم نمی‌شوند. بنابراین در یکی کشش و در دیگری فشار به وجود می‌آید، به طوری که طول دو میله در دمای T یکسان می‌شود. ثابت فنر این دو میله را همان ثابت فنرشان در دمای T_0 بگیرید. این طول چقدر است؟



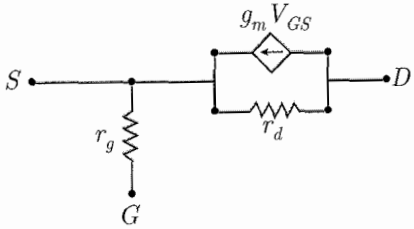
«۱۲ نمره»

۶ ترانزیستور اثر میدان (FET) یک عنصر الکترونیکی با سه سر است، که نماد آن به صورت شکل ۱ است.



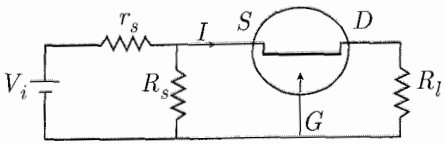
شکل (۱)

این عنصر را می‌توان با مدار شکل ۲ معادل گرفت.



شکل (۲)

معنی این است که از این شاخه جریانی برابر با $g_m V_{GS}$ می‌گذرد. در عمل مقاومت r_g بسیار بزرگ است، به طوری که می‌شود آن را بی‌نهایت گرفت. مدار شکل ۳ یک تقویت کننده است.



شکل (۳)

الف) r_g را بی‌نهایت بگیرید و مدار این تقویت کننده را، با استفاده از مدار معادل ترانزیستور، بکشید. در همه قسمت‌های دیگر مسئله از این مدار استفاده کنید.

ب) $A_V = \frac{V_{DG}}{V_{SG}}$ را به‌دست آورید.

ج) جریان I در شکل (۳) را بر حسب A_v، مقاومت‌های داده شده در مدار و V_{SG} به‌دست آورید.

د) $\frac{V_{SG}}{V_i}$ را بر حسب A_v و مقاومت‌های داده شده در مدار به‌دست آورید.

ه) معمولاً r_d بسیار بزرگ است. در حد $r_d \to \infty$، نسبت $A'_v = \frac{V_{DG}}{V_i}$ را به‌دست آورید.

«۱۱ نمره»